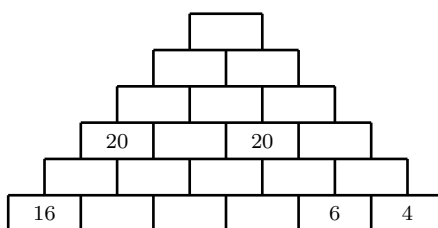


1. Dávid és Ákos beszélgetnek.

- Ákos: Nekem háromszor annyi pontom lett a tavalyi Düreren, mint neked.
- Dávid: De így is több pontom lett, mint ahány megyének tudod a székhelyét.
- Ákos: Na jó, de én több, mint háromszor annyi megyének tudom a székhelyét, mint te.
- Dávid: Ez is igaz, de én több megyének tudom a székhelyét, mint ahány gólt rúgtál tesiórán.
- Ákos: Na jó, de én több, mint négyszer annyi gólt rúgtam tesiórán, mint te.
- Dávid: Jó, de azért én is rúgtam gólt tesiórán.

Hány megyének tudja a székhelyét Ákos, ha tudjuk, hogy a tavalyi Dürer Versenyen legfeljebb 60 pontot lehetett szerezni?

2. Töltsétek ki a piramist pozitív egész számokkal úgy, hogy minden (nem legalsó sorbeli) szám az alatta levő két szám összege legyen! Hány különböző kitöltés létezik?

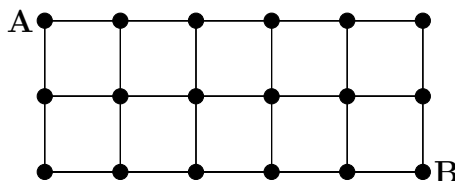


3. Egy bolt különleges akciót hirdetett: két jégkrémpálcikát be lehet váltani egy új jégkrémre. Szeretnénk a lehető legjobban kihasználni ezt az akciót.

Legfeljebb hány jégkrémet ehetünk meg, ha kezdetben **a)** 20; **b)** 107; **c)** n pálcikánk van?

4. **a)** Hány különböző hétjegyű számot lehet készíteni öt darab 5-ös és két darab 2-es számjegyből?

b) Hányféle útvonalon lehet eljutni az ábra A pontjából a B pontjába, ha csak a vonalakon haladhatok, és azokon is csak jobbra vagy lefele szabad mennem?

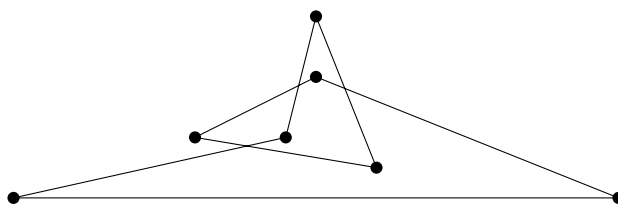


c) Legfeljebb hány metszéspontja lehet 7 egyenesnek?

5. Egy hurkolt sokszöget *egyszeresen önmetszőnek* nevezünk, ha mindegyik oldala pontosan egy másik oldalát metszi; és egyetlen oldala sem megy át a végeitől különböző csúcson.

Legalább hány oldala lehet egy egyszeresen önmetsző hurkolt sokszögnek?

Az alábbi ábra egy olyan hurkolt hétszöget mutat be, amely sajnos nem egyszeresen önmetsző, mivel van egy oldala – a legalsó – amely egyetlen másik oldalt sem metsz.



6. Rodolfo¹ egy bűvésztrükkjét szeretnénk megfejteni. A mutatvány során a közönség minden tagja egy-egy asztalnál ül, mindenki kap egy kalapot és négy, különböző színű kártyalapot, ezek: piros, tök, zöld, makk.²

A közönség tagjai a trükk kezdetén a saját kártyáikat tetszőlegesen rendezhetik el. A trükk több körből áll. Rodolfo minden körben kiválaszt egy színt, ez lesz abban a körben a bűvös lap. A közönségnek a következők valamelyikét kell tennie.

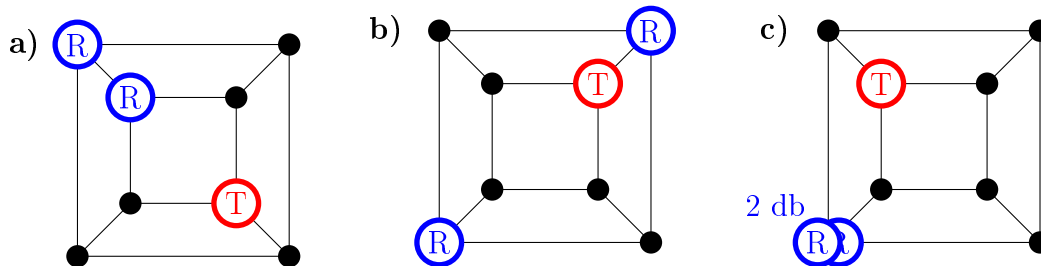
- Ha a bűvös lap a kalapban volt, akkor azt az asztalon lévő pakli tetejére kell tenni.
- Ha a bűvös lap az asztalon lévő pakli tetején volt, akkor azt a kalapba kell dobni.
- Ha a bűvös lap a pakliban volt, de nem a tetején, akkor ezt a lapot a pakli tetejére kell tenni.

A trükk végeztével a közönség minden tagja – meglepő módon – azt tapasztalja, hogy mind a négy kártyája a kalapba kerül.

Mi lehet a trükk titka? Adj meg olyan színsorozatot, amellyel megvalósítható a trükk!

7. Két játékos egyike egy tolvajt, a másik játékos két rendőrt irányít Kockafalu úthálózatán. Kezdetben mindhárom szereplő egy-egy útkereszteződésben áll. (Kockafalu úthálózata az alábbi ábrákon látható, három lehetséges kezdőhelyzettel). A játék egy körében előbb a tolvaj lép át valamelyik szomszédos útkereszteződésbe, majd a rendőrök is hasonlóan lépnek. Mindhármuknak kötelező helyet változtatnia minden egyes körben. A tolvaj a játék során egyetlen alkalommal megteheti azt is, hogy kettőt lép egy körben. A rendőrök nyernek, ha a tolvaj bármikor azonos kereszteződésben van egy rendőrrel. A tolvaj nyer, ha ez az ötödik kör végéig sem történik meg.

Hogyan játszanád a játékot az alábbi kezdőhelyzetek esetén, ha eldöntheted, hogy a rendőröket vagy a tolvajt irányítod?



¹Rodolfo (Gács Rezső, 1911–1987) egyike a leghíresebb magyar bűvészeknek. A feladat meséje a képzelet szüleménye, ezt a trükköt sohasem mutatta be a valóságban.

²Ezek a Közép-Európában népszerű magyar kártya (más néven Tell-kártya) színei.